

§ 3.5 圆环阵列的分析

多个单元分布在一个圆环上的阵列称为圆环阵列。这是一种有实际意义的阵列结构，可应用于无线电测向、导航、地下探测、声纳等系统中。

3.5.1 方向图函数

设有一个圆环阵，放置在 xy 平面内，圆环的半径为 a ，有 N 个单元分布在圆环上，如图 3-27 所示。第 n 个单元的角度为 φ_n ，其位置坐标为 (x_n, y_n) ，该单元的远区辐射场为

$$E_n = C \dot{I}_n \frac{e^{-jkR_n}}{R_n} = C \dot{I}_n \frac{e^{-jkr}}{r} e^{-jk(R_n - r)} \quad (3.82)$$

式中， C 为系数，它包含单元方向图等； $\dot{I}_n = I_n e^{j\alpha_n}$ 为单元激励，包括幅度 I_n 和相位 α_n 。

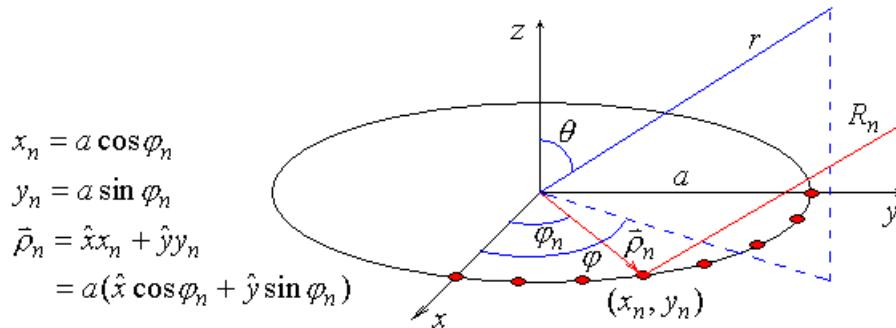


图 3-27 圆环阵列及其坐标系

$$\text{波程差 } R_n - r = -\hat{r} \cdot \hat{\rho}_n = -(x_n \cos \varphi + y_n \sin \varphi) \sin \theta$$

$$= -a(\cos \varphi_n \cos \varphi + \sin \varphi_n \sin \varphi) \sin \theta = -a \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_n) \quad (3.83)$$

圆环阵的总场为

$$E = \sum_n E_n = C \frac{e^{-jkr}}{r} \sum_{n=1}^N I_n e^{j[k a \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_n) + \alpha_n]} = C \frac{e^{-jkr}}{r} S(\theta, \varphi) \quad (3.84)$$

$$\text{式中阵因子为: } S(\theta, \varphi) = \sum_{n=1}^N I_n e^{j[k a \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_n) + \alpha_n]} \quad (3.85)$$

波束在最大指向方向 (θ_0, φ_0) ，满足关系： $k a \sin \theta_0 \cos(\varphi_0 - \varphi_n) + \alpha_n = 0$ ，得

$$\alpha_n = -k a \sin \theta_0 \cos(\varphi_0 - \varphi_n) \quad (3.86)$$

$$\text{可得 } S(\theta, \varphi) = \sum_{n=1}^N I_n e^{jka[\sin \theta \cos(\varphi - \varphi_n) - \sin \theta_0 \cos(\varphi_0 - \varphi_n)]}$$

该式可写作如下简单形式

$$S(\theta, \varphi) = \sum_{n=1}^N I_n e^{jk\rho \cos(\xi - \varphi_n)} \quad (3.87)$$

式中，

$$\rho = a \sqrt{(\sin \theta \cos \varphi - \sin \theta_0 \cos \varphi_0)^2 + (\sin \theta \sin \varphi - \sin \theta_0 \sin \varphi_0)^2} \quad (3.88)$$

$$\cos \xi = \frac{\sin \theta \cos \varphi - \sin \theta_0 \cos \varphi_0}{\sqrt{(\sin \theta \cos \varphi - \sin \theta_0 \cos \varphi_0)^2 + (\sin \theta \sin \varphi - \sin \theta_0 \sin \varphi_0)^2}} \quad (3.89)$$

只要给定 $a, \varphi_n, I_n, N, (\theta_0, \varphi_0)$ 或 α_n ，就可计算并绘出圆环阵的方向图。

【例 3.4】有一个均匀圆环阵，其激励幅度 $I_n = I_0 = 1$ ，激励相位 $\alpha_n = 0$ ；沿圆周等间距排列 $\varphi_n = \frac{2\pi n}{N}$ ，当取 $N=10$ ， $ka = 10$ 时，计算并绘出其方向图。

解：由式(3.85) $S(\theta, \varphi) = \sum_{n=1}^N I_n e^{j[ka \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_n) + \alpha_n]} = \sum_{n=1}^N e^{jka \sin \theta \cos(\varphi - \frac{2\pi n}{N})}$

可计算并绘出在 xz 平面 ($\varphi = 0$) 内和在 yz 平面 ($\varphi = \pi/2$) 内的方向图，如图 3-28 所示。

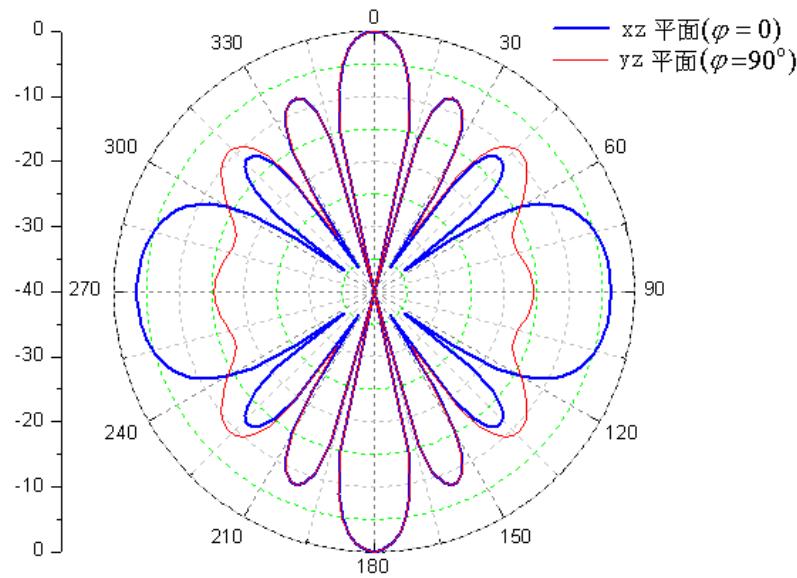


图 3-28 均匀等间距排列的圆环阵列在 xz 平面和 yz 平面上的方向图

其三维幅度和分贝表示的方向图如图 3-29 和图 3-30 所示。要得到此三维图形，圆环阵面只需放置在 yz 平面内，此时阵因子写作

$$S(\theta, \varphi) = \sum_{n=1}^N I_n e^{j[ka(\sin \theta \sin \theta_n \sin \varphi + \cos \theta \cos \theta_n) + \alpha_n]} \quad (3.87)$$

式中， $\theta_n = \frac{2\pi n}{N}$ 为由 z 轴起算的角度， $\theta = 0 \sim 180^\circ$ ， $\varphi = -90^\circ \sim 90^\circ$ 。

比较图 3-28 两个主面(xz 和 yz 平面)的方向图，其 xz 平面对应三维立体图

$\varphi = 0$ 的剖面, yz 平面对应三维立体图的 $\theta = 90^\circ$ 的剖面。三维方向图只画出了圆环阵半空间的立体图。由三维图形看出, 圆环阵在阵列平面内产生全向方向图, 而且在阵列平面的法向方向产生最大波束。

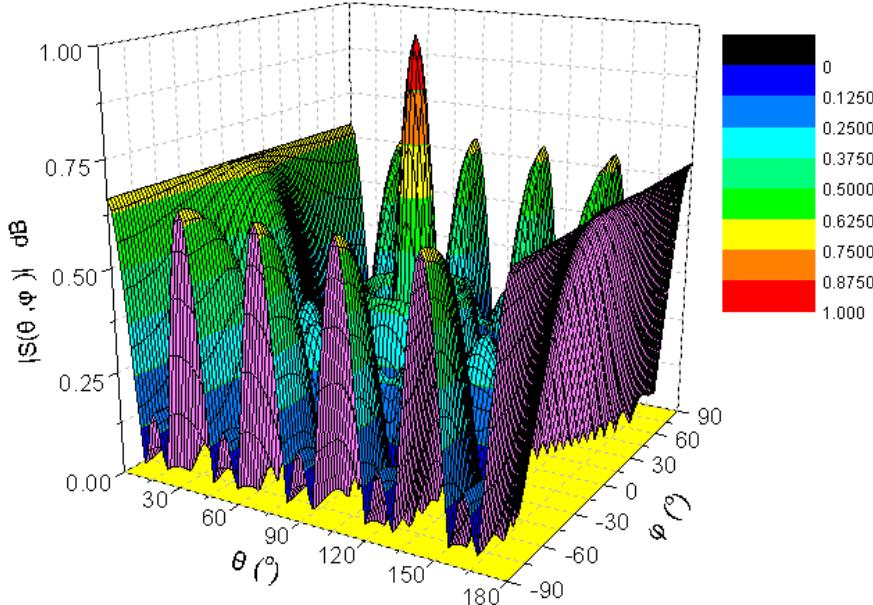


图 3-29 均匀等间距排列的圆环阵列的三维幅度方向图

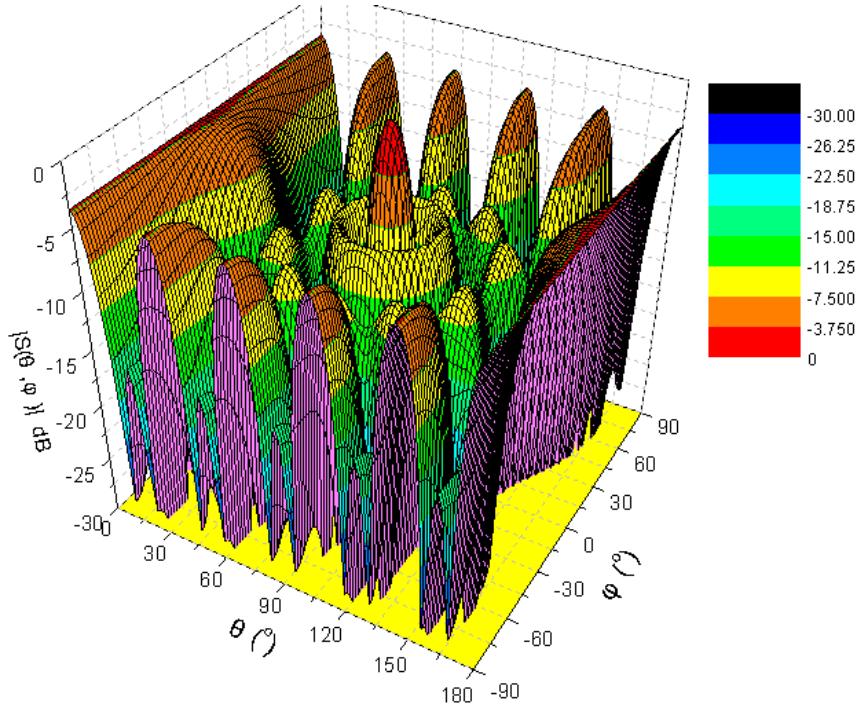


图 3-30 均匀等间距排列圆环阵列的三维分贝方向图

为了讨论圆环阵方向图的方便, 其阵因子可表示成贝塞尔函数的级数形式。当圆环阵激励为均匀分布, 且阵列单元等间距分布在圆环上时, 有

$$I_n = I, \varphi_n = 2\pi n/N, \text{ 则其阵因子 } S(\theta, \varphi) = \sum_{n=1}^N I_n e^{jk\rho \cos(\xi - \varphi_n)} \text{ 中的指数项可展开}$$

为贝塞尔函数的级数, 即

$$S(\theta, \varphi) = I \sum_{n=1}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{jm(\frac{\pi}{2} - \xi + \frac{2\pi n}{N})} J_{mN}(k\rho) \quad (3.90)$$

式中指数项的最后一项才与 n 有关, 交换求和顺序, 且有

$$\sum_{n=1}^N e^{jn\frac{2\pi n}{N}} = \frac{e^{j2\pi m/N}(1-e^{j2\pi m})}{1-e^{j2\pi m/N}} = \begin{cases} N, & m/N \text{ 为零和偶数} \\ 0, & m/N \text{ 为其它数} \end{cases}$$

则式(3.90) 变成

$$S(\theta, \varphi) = NI \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{jmN(\frac{\pi}{2} - \xi)} J_{mN}(k\rho) \quad (3.91)$$

式中贝塞尔函数 $J_{mN}(k\rho)$ 的下标 mN 为其阶数, 它是级数序数 m 与单元总数 N 的乘积。若 $m=0$, 则对应零阶贝塞尔函数 $J_0(k\rho)$, 该项为级数的主项。下面讨论两种情况:

1. 主瓣最大值位于圆环阵所在平面上

此时 $\theta_0 = \pi/2$, 并设主瓣指向 x 轴方向, 即 $\varphi_0 = 0$ 。由式(3.86)~(3.89)得:

$$\alpha_n = -ka \cos(2\pi n/N) \quad (3.92)$$

$$\rho = 2a \sin(\varphi/2), \varphi = 0 \sim 2\pi$$

$$\cos \xi = -\sin(\varphi/2), \text{ 即 } \xi = (\pi + \varphi)/2$$

$$\text{于是式(3.91)变为: } S_h(\varphi) = NI \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-jmN\varphi/2} J_{mN}(2ka \sin \frac{\varphi}{2}) \quad (3.93)$$

此为阵列平面内的阵因子, 它与 θ 角无关。这说明调整单元激励相位 α_n 为式(3.92)式表示, 则可使圆环阵的最大指向在阵列平面内。

2. 主瓣最大值指向 z 轴方向

此时 $\theta_0 = 0$, 可得, $\alpha_n = 0$, 即阵列单元同相激励, 最大值在阵面侧向。

$$\rho = a \sin \varphi$$

$$\cos \xi = \cos \varphi, \text{ 即 } \xi = \varphi$$

$$\text{同理可得: } S_v(\theta, \varphi) = NI \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{jm(N\pi/2 - \varphi)} J_{mN}(k \sin \theta) \quad (3.94)$$

对于指定的某一 φ 值, 上式表示通过 z 轴的某一剖面的阵因子。如果圆环阵的单元数 N 很大, 则式(3.93)和(3.94)只需保留含零阶贝塞尔函数的主项即可

$$\begin{cases} S_h(\varphi) = NI \cdot J_0(2ka \sin \frac{\varphi}{2}) \\ S_v(\theta) = NI \cdot J_0(ka \sin \theta) \end{cases} \quad (3.95)$$

由图 3-30 可见，圆环阵方向图的副瓣电平高。若要降低副瓣，则可在圆环中心再放一个激励幅度为 I_0 的单元天线。此时阵因子可近似表示为

$$\begin{cases} S_h(\varphi) = I_0 + (NI) \cdot J_0(2ka \sin \frac{\varphi}{2}) \\ S_v(\theta) = I_0 + (NI) \cdot J_0(ka \sin \theta) \end{cases} \quad (3.96)$$

选择 I_0 与 I 同相，调整 I_0 与 NI 的比值，就可以降低副瓣。如果辐射特性仍不能满足要求，可以采用多层同心圆环阵列。这样可以调整各圈半径和激励幅度，以获得满足要求的辐射特性。

3.5.2 方向性系数

不计单元方向图的影响，即假设阵列单元为各向同性辐射单元，则阵列的方向性系数可表示为

$$D = \frac{4\pi |S_{\max}|^2}{\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\theta |S(\theta, \varphi)|^2 \sin \theta} \quad (3.97)$$

式中，分子 $|S_{\max}|^2 = |S(\theta_0, \varphi_0)|^2$ ，分母中的 $|S(\theta, \varphi)|^2$ 可以表示为功率方向图函数。对圆环阵来说，上式分母的二重积分可以得到一个简单表达式。

由 $S(\theta, \varphi) = \sum_{n=1}^N I_n e^{j[k a \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_n) + \alpha_n]}$ ，则其功率方向图函数为

$$\begin{aligned} |S(\theta, \varphi)|^2 &= S(\theta, \varphi) \cdot S^*(\theta, \varphi) \\ &= \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N I_m I_n e^{j[k a \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_m) + \alpha_m]} \cdot e^{-j[k a \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_n) + \alpha_n]} \\ &= \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N I_m I_n e^{j(\alpha_m - \alpha_n)} \cdot e^{jk a \sin \theta [\cos(\varphi - \varphi_m) - \cos(\varphi - \varphi_n)]} \\ &= \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N I_m I_n e^{j(\alpha_m - \alpha_n)} \cdot e^{jk \rho_{mn} \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_{mn})} \end{aligned} \quad (3.98)$$

$$\text{式中, } \rho_{mn} = \begin{cases} 2a \sin \frac{\varphi_m - \varphi_n}{2} & m \neq n \\ 0 & m = n \end{cases}, \quad (3.99)$$

$$\varphi_{mn} = \tan^{-1} \left(\frac{\sin \varphi_m - \sin \varphi_n}{\cos \varphi_m - \cos \varphi_n} \right), \quad m \neq n \quad (3.100)$$

于是方向性系数公式的分母为

$$\begin{aligned}
& \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\theta |S(\theta, \varphi)|^2 \sin \theta \\
&= \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N I_m I_n e^{j(\alpha_m - \alpha_n)} \cdot \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi e^{jk\rho_{mn} \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_{mn})} \sin \theta d\theta \\
&= 4\pi \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N I_m I_n e^{j(\alpha_m - \alpha_n)} \cdot \int_0^{\pi/2} J_0(k\rho_{mn} \sin \theta) \sin \theta d\theta \\
&= 4\pi W
\end{aligned} \tag{3.101}$$

$$\text{式中, } W = \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N I_m I_n e^{j(\alpha_m - \alpha_n)} \frac{\sin(k\rho_{mn})}{k\rho_{mn}} \tag{3.102}$$

此式的导出用了关系

$$\int_0^{\pi/2} J_0(x \sin \theta) \sin \theta d\theta = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{J_{1/2}(x)}{\sqrt{x}} = \frac{\sin x}{x} \tag{3.103}$$

把式(3.101)代入(3.97)得

$$D = \frac{|S(\theta_0, \varphi_0)|^2}{W} \tag{3.104}$$

通过对上式计算, 当圆环半径 $a \approx 7\lambda/8$ 时, 其方向性系数在 $\theta_0 = 0$ 处达到最大; 当 $a \approx \lambda/2, 7\lambda/4$ 时, 其方向性系数在 $\theta_0 = \pi/2, \varphi_0 = 0$ 处达到最大; 当 $a \approx 3\lambda/4$ 时, 其方向性系数在 $\theta_0 = \pi/2, \varphi_0 = 30^\circ$ 处达到最大。

§ 3.8 圆口径泰勒分布

实际中常采用圆形口径的平面阵, 如飞机机头上、导弹弹头上等使用的阵列天线是圆形平面阵。圆形平面阵也可以是单脉冲体制的, 其和方向图要求低副瓣。采用圆口径泰勒综合方法得到的圆口径分布就能满足低副瓣要求。圆口径泰勒综合方法与线阵泰勒综合方法的思想类似。

圆口径泰勒综合方法是由圆口径上的连续电流面源出发, 综合得到其连续面源分布, 然后根据抽样定理, 可得到离散的圆口径阵列单元的幅度分布。这种阵列口径分布即使是矩形栅格构成的圆形阵, 也是不能按行列分离的, 属于不可分离型分布。

3.8.1 圆口径泰勒空间因子

设在 xy 平面上有一个半径为 a 的圆形口径如下图 3-30 所示。若设口径上场分布为连续分布 $I(\rho, \varphi')$, 口径外场分布为零, 则远区场为

$$E = j \frac{e^{-jkr}}{2\lambda r} (1 + \cos \theta) \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^a I(\rho, \varphi') e^{jk\rho \sin \theta \cos(\varphi - \varphi')} \rho d\rho \tag{3.105}$$

这是在《天线原理与设计》一书中用到的公式。式中，因子 $(1+\cos\theta)$ 为惠更斯面源的方向图因子，其波瓣很宽，对大口径天线可以忽略它的影响。上式二重积分部分就是空间因子

$$S(\theta, \varphi) = \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^a I(\rho, \varphi') e^{jk\rho \sin\theta \cos(\varphi - \varphi')} \rho d\rho \quad (3.106)$$

若口径场分布关于 z 轴对称，则 $I(\rho, \varphi') = I(\rho)$ ，与 φ' 无关，由关系

$$\int_0^{2\pi} e^{jk\rho \sin\theta \cos(\varphi - \varphi')} d\varphi' = 2\pi J_0(k\rho \sin\theta) \quad (3.107)$$

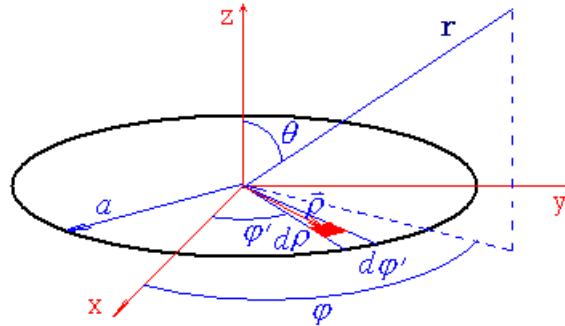


图 3-30 圆口径天线及其坐标系

得阵因子为： $S(\theta) = 2\pi \int_0^a I(\rho) J_0(k\rho \sin\theta) d\rho \quad (3.108)$

与 φ 无关。式中， $J_0(k\rho \sin\theta)$ 为零阶贝塞尔函数。如果口径分布为均匀分布，可令 $I(\rho) = 1$ ，并利用关系 $\frac{d}{dx}[xJ_1(x)] = xJ_0(x)$ ，则式(3.83)的积分可以积出，得

$$S(\theta) = 2\pi a^2 \frac{J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta} \quad (3.109)$$

其归一化形式为 $S(u) = 2 \frac{J_1(\pi u)}{\pi u}$ ， $u = \frac{2a}{\lambda} \sin\theta \quad (3.110)$

对不同的口径尺寸，由式(3.110)可绘出其归一化方向图如图 2-31 所示。

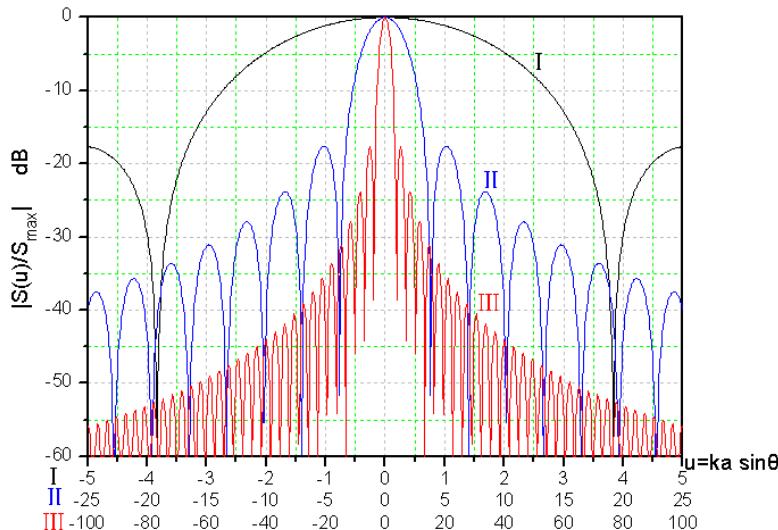


图 3-31 均匀分布圆口径天线空间因子归一化方向图

图中 I 为小口径方向图，其主瓣很宽； II 为中等口径方向图，其主瓣较窄； III 为大口径方向图，其主瓣很窄。但是不论口径大小如何，其副瓣电平相同，均约为-17.6dB。

实际上，式(3.110)表示的归一化阵因子应该在可见区中讨论，因为在上半空间 $\theta = 0 \sim \pi/2$ ，对应 u 的取值范围为 $u = 0 \sim 2a/\lambda$ ，当取 $a/\lambda = 10$ 时，可以绘出均匀分布的圆口径在 $u = 0 \sim 20$ 范围内的归一化方向图如下图 3-32 所示。

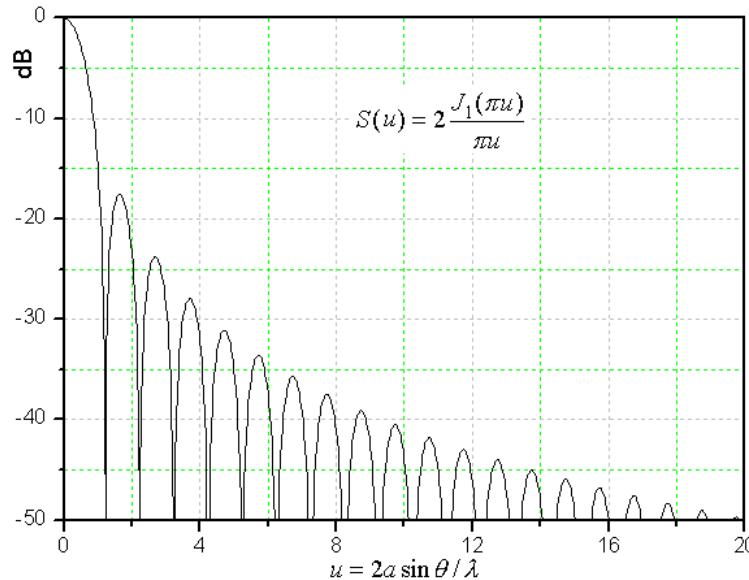


图 3-32 均匀分布圆口径空间因子归一化方向图， $a/\lambda = 10$

空间因子 $S(\theta)$ 是轴对称的，其立体方向图可由上图绕最大指向轴(z 轴)旋转一周得到。主瓣波束呈圆锥状，副瓣电平较高，远副瓣按 $u^{-3/2}$ 的规律减小，方向图的零点位置为 γ_{1n} ，满足 $J_1(\pi\gamma_{1n})=0$ ， $n=0,1,2,\dots$ 。但 $n=0$ 除外，因 $\gamma_{10}=0$ 是空间因子的最大值位置。要降低副瓣，并使副瓣电平可调，必须构造一个新的圆口径空间因子，这个新的圆口径空间因子我们称为圆口径泰勒空间因子。

★构造圆口径泰勒空间因子的基本思想

采用均匀分布的圆口径归一化空间因子 $S(u) = 2J_1(\pi u)/(\pi u)$ 作为基本函数，把紧靠主瓣的前 $\bar{n}-1$ 个零点 γ_{1n} 去掉，代之以新的零点。这些新的零点应满足两个条件：一是对应于原来的零点位置向外有一定移动；二是新零点位置可以调整，从而可以调整副瓣电平。满足这两个条件的新零点应该是修改的理想线源空间因子 $\cos(\pi\sqrt{(u/\sigma)^2 - A^2})$ 的零点。

基于这个思想，可以构造出圆口径泰勒空间因子为

$$S(u) = C \frac{J_1(\pi u)}{\pi u} \frac{\prod_{n=1}^{\bar{n}-1} [1 - (\frac{u}{u_n})^2]}{\prod_{n=1}^{\bar{n}-1} [1 - (\frac{u}{\gamma_{1n}})]} \quad (3.111)$$

式中， $C = \cosh(\pi A) = R_0$ ， R_0 为主副瓣比； u_n 是修改的理想线源空间因子 $\cos(\pi\sqrt{(u/\sigma)^2 - A^2})$ 的零点， $u_n = \sigma\sqrt{A^2 + (n-1/2)^2}$ ； γ_{1n} 是一阶贝塞尔函数 $J_1(\pi\gamma_{1n}) = 0$ 的根。圆口径泰勒空间因子的零点合写作

$$u_n = \begin{cases} \sigma\sqrt{A^2 + (n-1/2)^2}, & 1 \leq n \leq \bar{n}-1 \\ \gamma_{1n}, & n \geq \bar{n} \end{cases} \quad (3.112)$$

当 $n = \bar{n}$ 时可定出波瓣展宽因子 σ 为

$$\sigma = \frac{\gamma_{1\bar{n}}}{\sqrt{A^2 + (\bar{n}-1/2)^2}} \quad (3.113)$$

参数 A 由主副瓣比决定， $A = \frac{1}{\pi} \cosh^{-1} R_0$ 。

显然改变主副瓣比 R_0 ，就可调整前 $\bar{n}-1$ 个零点位置，从而达到使构造的空间因子可调副瓣电平的目的。

3.8.2 圆口径泰勒分布

前面构造了圆口径泰勒空间因子(即方向图函数)，那么能产生其方向图的口径分布就称作圆口径泰勒分布。它可以用傅立叶—贝塞尔级数表示

$$g(p) = \sum_{m=0}^{\infty} B_m J_0(\gamma_{1m} p) \quad (3.114)$$

式中， $p = \frac{\rho}{a}\pi$ 。由前面式(3.108)

$$S(\theta) = 2\pi \int_0^a I(\rho) J_0(k\rho \sin \theta) \rho d\rho$$

取 $k\rho \sin \theta = up$ ， $u = \frac{2a}{\lambda} \sin \theta$ ， $\rho d\rho = (\frac{a}{\pi})^2 pdp$ ；并令 $I(\rho) = \frac{\pi}{2a^2} g(p)$ ，则上式写作

$$S(u) = \int_0^\pi g(p) J_0(up) pdp = \sum_{m=0}^{\infty} B_m \int_0^\pi J_0(\gamma_{1m} p) J_0(up) pdp \quad (3.115)$$

式中，求和号下的积分 $\int_0^\pi J_0(\gamma_{1m} p) J_0(up) pdp = \frac{u\pi J_1(u\pi) J_0(\gamma_{1m}\pi)}{u^2 - \gamma_{1m}^2}$

积分时用了关系： $\frac{d}{dx}[xJ_1(x)] = xJ_0(x)$ ，及 $\frac{d}{dx}J_0(x) = -J_1(x)$ 。于是得到

$$S(u) = \sum_{m=0}^{\infty} B_m \frac{u\pi J_1(u\pi) J_0(\gamma_{1m}\pi)}{u^2 - \gamma_{1m}^2} \quad (3.116)$$

当 $u = \gamma_{1m}$ 时，分子 $J_1(\pi\gamma_{1m}) = 0$ ，分母也为零，上式只剩下一项

$$S(\gamma_{1m}) = B_m \frac{u\pi J_1(u\pi)J_0(\gamma_{1m}\pi)}{u^2 - \gamma_{1m}^2} \Big|_{u=\gamma_{1m}}$$

取其极限得 $S(\gamma_{1m}) = \lim_{u \rightarrow \gamma_{1m}} \frac{\pi^2}{2} B_m^2 J_0(\gamma_{1m}\pi)$ (3.117a)

所以 $B_m = \frac{2}{\pi^2} \frac{S(\gamma_{1m})}{J_0^2(\gamma_{1m}\pi)}$ (3.117b)

前面式(3.114)变成 $g(p) = \frac{2}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{S(\gamma_{1m})}{J_0^2(\gamma_{1m}\pi)} J_0(\gamma_{1m}p)$ (3.118)

式中, $S(\gamma_{1m})$ 由式(3.111)表示。显然, 当 $m \geq \bar{n}$ 时, $S(\gamma_{1m}) = 0$ 。无穷级数被截断, 得圆口径泰勒分布为

$$g(p) = \frac{2}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\bar{n}-1} \frac{S(\gamma_{1m})}{J_0^2(\gamma_{1m}\pi)} J_0(\gamma_{1m}p), \quad p = \frac{\rho}{a}\pi \quad (3.119)$$

当 $u = \gamma_{1m}$, 且 $n=m$ 时, 前面式(3.111)的分子和分母均为零, 为可去极点

$$\lim_{u \rightarrow \gamma_{1m}} \frac{J_1(u\pi)}{1 - (u/\gamma_{1m})^2} = -\frac{\pi\gamma_{1m}}{2} J_0(\gamma_{1m}\pi)$$

且当 $m=0$ 时, $\gamma_{1m}=0$, $J_0(0)=1$, 式(3.111)中分子和分母两个连乘积为 1,

$S(u)|_{u=0} = C \frac{J_1(\pi u)}{\pi u}|_{u=0} = \frac{C}{2}$ 。因此

$$S(\gamma_{1m}) = \begin{cases} C/2, & m=0 \\ -\frac{C}{2} J_0(\gamma_{1m}\pi) \frac{\prod_{n=1}^{\bar{n}-1} [1 - (\frac{\gamma_{1m}}{u_n})^2]}{\prod_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^{\bar{n}-1} [1 - (\frac{\gamma_{1m}}{\gamma_{1n}})]}, & m=1, 2, \dots, \bar{n}-1 \end{cases} \quad (3.120)$$

如果不计式系数 $2/\pi^2$ 和 $C/2$, 则由式(3.117b)得

$$B_m = \begin{cases} 1, & m=0 \\ -\frac{\prod_{n=1}^{\bar{n}-1} [1 - (\frac{\gamma_{1m}}{u_n})^2]}{J_0(\gamma_{1m}\pi) \prod_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^{\bar{n}-1} [1 - (\frac{\gamma_{1m}}{\gamma_{1n}})]}, & m=1, 2, \dots, \bar{n}-1 \end{cases} \quad (3.121)$$

【例 3.5】 有一个半径为 $a = 10\lambda/\pi$ 的圆口径, 要求方向图的副瓣电平为 $SLL =$

-30dB，当取 $\bar{n}=6$ 时，计算圆口径泰勒分布。

解：主副瓣比为 $R_{0dB} = -SLL = 30dB$ ，幅度比为 $R_0 = 10^{R_{0dB}/20} = 31.6228$ ，

$$\text{则 } A = \frac{1}{\pi} \cosh^{-1} R_0 = \frac{1}{\pi} \ln(R_0 + \sqrt{R_0^2 - 1}) = 1.32$$

由 $u_n = \sigma \sqrt{A^2 + (n-1/2)^2}$ ， $1 \leq n \leq \bar{n}-1$ ，可得五个零点位置列在下表中。同时由式(3.121)可见，还应该知道一阶贝塞尔函数除 0 外的前五个根 γ_{1n} ，也一并列在下表中。注意： $J_1(\chi_{1n})=0$ 的零点为 χ_{1n} ，则 $\gamma_{1n} = \chi_{1n} / \pi$ 。

序号 n	1	2	3	4	5
零点位置 u_n	1.5582	2.2057	3.1208	4.1293	5.1769
χ_{1n}	3.8317	7.0156	10.1735	13.3237	16.4706
γ_{1n}	1.2197	2.2331	3.2383	4.2411	5.2428

当 $n=1$ 时：

■ 均匀分布圆口径方向图的第一零点位置可由式(3.110)计算

$$\gamma_{11} = \chi_{11} / \pi = 3.8317 / \pi = 2a \sin \theta_{j1} / \lambda$$

则 $\theta_{j1} = \sin^{-1} \left(\frac{\lambda}{2a} \frac{\chi_{11}}{\pi} \right)$ ，当 $a = 10\lambda / \pi$ 时，得主瓣零点宽度为 $(BW)_0 = 2\theta_{j1} = 22.1^\circ$

■ 泰勒分布圆口径方向图的第一零点位置为：

$$u_1 = 1.5582 = 2a \sin \theta_{t1} / \lambda,$$

则 $\theta_{t1} = \sin^{-1} \left(\frac{\lambda}{2a} \times u_1 \right)$ ，当 $a = 10\lambda / \pi$ 时，得主瓣零点宽度为 $(BW)_0 = 2\theta_{t1} = 28.3^\circ$

与均匀分布的圆口径相比，泰勒分布的主瓣展宽了 $28.3/22.1 = 1.28$ (倍)。

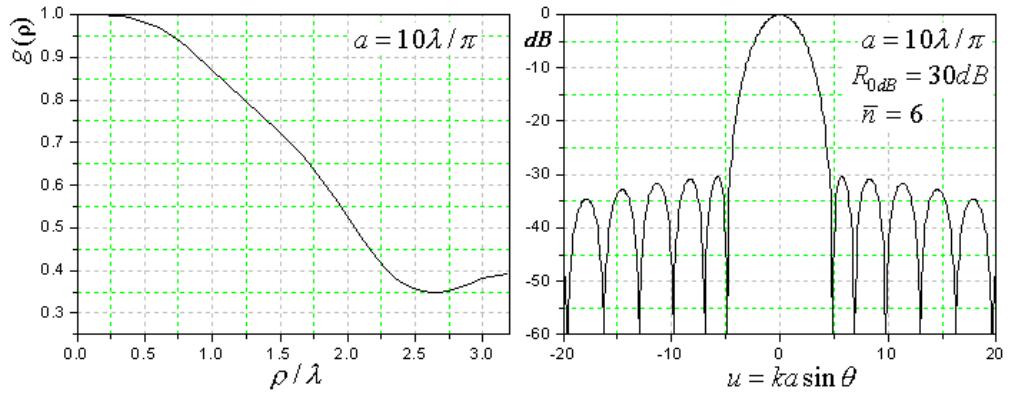
也可以用上表中 u_1 与 γ_{11} 的比值来确定波瓣展宽倍数： $u_1 / \gamma_{11} = \frac{1.5582}{1.2197} = 1.2775$

由式(3.121)可得圆口径泰勒分布级数表示中的系数 B_m 如下表所示。

m	0	1	2	3	4	5
B_m	1.0	0.93326	0.03386	-0.16048	0.16917	-0.10331

由前面式(3.114)或(3.119)可得圆口径泰勒分布如图 3-33(a)所示，它是口径面上沿径向方向的分布。由式(3.111)可绘出圆口径泰勒方向图如图 3-33(b)所示。

圆口径泰勒分及其方向图都是关于通过圆口径中心的法线旋转对称的。



(a) 泰勒归一化口径分布

(b) 圆口径泰勒归一化方向图

图 3-33 泰勒分布圆口径归一化分布和方向图

3.8.3 圆口径泰勒平面阵

前面导出的口径分布 $g(p)$ 是连续面源的泰勒分布。对离散阵列，可进行抽样形成圆口径离散阵列的口径分布。对圆形口径的平面阵，常用的栅格形式有矩形栅格和环形栅格等。

1. 矩形栅格阵

设有一个 $M \times N$ 的矩形栅格平面阵， M 和 N 均为偶数，放置在 xy 平面上，如图 3-34 所示，其行列间距分别为 d_x 和 d_y ，切掉边角部分形成一个半径为 a 的圆形口径平面阵。图中只给出了阵列一个象限部分。

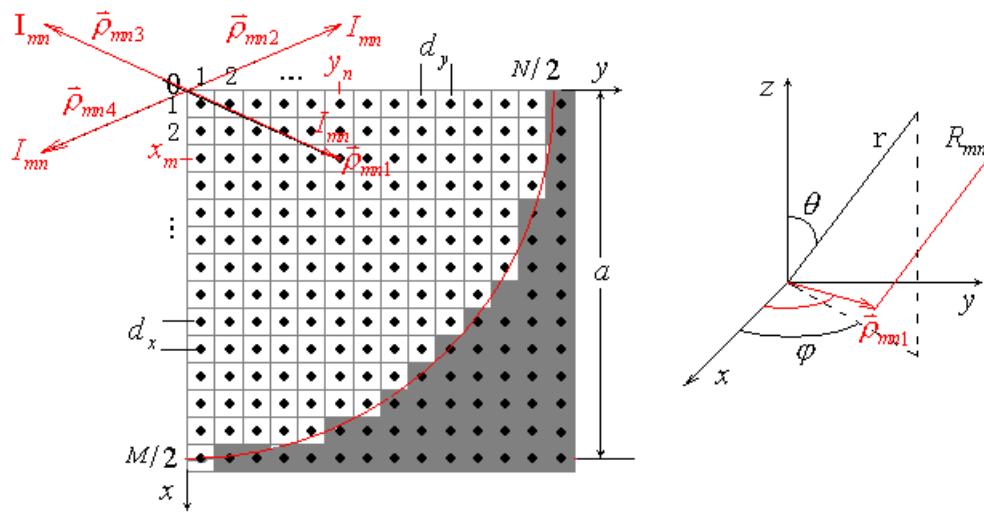


图 3-34 矩形栅格圆形阵及坐标系

图中，第 mn 个单元的坐标为

$$\begin{cases} x_m = (m - 1/2)d_x, & m = 1, 2, \dots, M/2 \\ y_n = (n - 1/2)d_y, & n = 1, 2, \dots, N/2 \end{cases} \quad (3.122)$$

考虑四个象限中对称的四个单元，这四个单元的位置矢量分别为

$$\begin{cases} \bar{\rho}_{mn1} = \hat{x}x_m + \hat{y}y_n \\ \bar{\rho}_{mn2} = -\hat{x}x_m + \hat{y}y_n \\ \bar{\rho}_{mn3} = -\hat{x}x_m - \hat{y}y_n \\ \bar{\rho}_{mn4} = \hat{x}x_m - \hat{y}y_n \end{cases} \quad (3.123)$$

由于 $\rho_{mn1} = \rho_{mn2} = \rho_{mn3} = \rho_{mn4} = \sqrt{x_m^2 + y_n^2} = \rho_{mn}$ ，说明这四个单元的激励幅度相同。这四个单元的远区辐射场为

$$\begin{aligned} E_{mn} &= I_{mn}(\rho_{mn}) \left(\frac{e^{-jkR_{mn1}}}{R_{mn1}} + \frac{e^{-jkR_{mn2}}}{R_{mn2}} + \frac{e^{-jkR_{mn3}}}{R_{mn3}} + \frac{e^{-jkR_{mn4}}}{R_{mn4}} \right) \\ &= \frac{e^{-jkr}}{r} I_{mn}(\rho_{mn}) [e^{-jk(R_{mn1}-r)} + e^{-jk(R_{mn2}-r)} + e^{-jk(R_{mn3}-r)} + e^{-jk(R_{mn4}-r)}] \end{aligned} \quad (3.124)$$

$$\text{波程差: } \begin{cases} R_{mn1} - r = -\hat{r} \cdot \bar{\rho}_{mn1} = -(x_m \cos \varphi + y_n \sin \varphi) \sin \theta \\ R_{mn2} - r = -\hat{r} \cdot \bar{\rho}_{mn2} = -(-x_m \cos \varphi + y_n \sin \varphi) \sin \theta \\ R_{mn3} - r = -\hat{r} \cdot \bar{\rho}_{mn3} = -(-x_m \cos \varphi - y_n \sin \varphi) \sin \theta \\ R_{mn4} - r = -\hat{r} \cdot \bar{\rho}_{mn4} = -(x_m \cos \varphi - y_n \sin \varphi) \sin \theta \end{cases} \quad (3.125)$$

把式(3.125)的波程差代入式(3.124)得

$$\begin{aligned} E_{mn} &= \frac{e^{-jkr}}{r} I_{mn}(\rho_{mn}) [e^{jk(x_m \cos \varphi + y_n \sin \varphi) \sin \theta} + e^{jk(x_m \cos \varphi - y_n \sin \varphi) \sin \theta} \\ &\quad + e^{-jk(x_m \cos \varphi + y_n \sin \varphi) \sin \theta} + e^{-jk(x_m \cos \varphi - y_n \sin \varphi) \sin \theta}] \\ &= \frac{e^{-jkr}}{r} I_{mn}(\rho_{mn}) [e^{jkx_m \cos \varphi \sin \theta} + e^{-jkx_m \cos \varphi \sin \theta}][e^{jk y_n \sin \varphi \sin \theta} + e^{-jk y_n \sin \varphi \sin \theta}] \\ &= \frac{e^{-jkr}}{r} 4I_{mn}(\rho_{mn}) \cos(kx_m \cos \varphi \sin \theta) \cos(ky_n \sin \varphi \sin \theta) \end{aligned} \quad (3.126)$$

$$\text{平面阵的总场为: } E_T = \sum_m \sum_n E_{mn} = \frac{e^{-jkr}}{r} S(\theta, \varphi) \quad (3.127)$$

式中阵因子为:

$$S(\theta, \varphi) = 4 \sum_{m=1}^{M/2} \sum_{n=1}^{N/2} I_{mn}(\rho_{mn}) \cos\left(\frac{2m-1}{2} u_x\right) \cos\left(\frac{2n-1}{2} u_y\right) \quad (3.128)$$

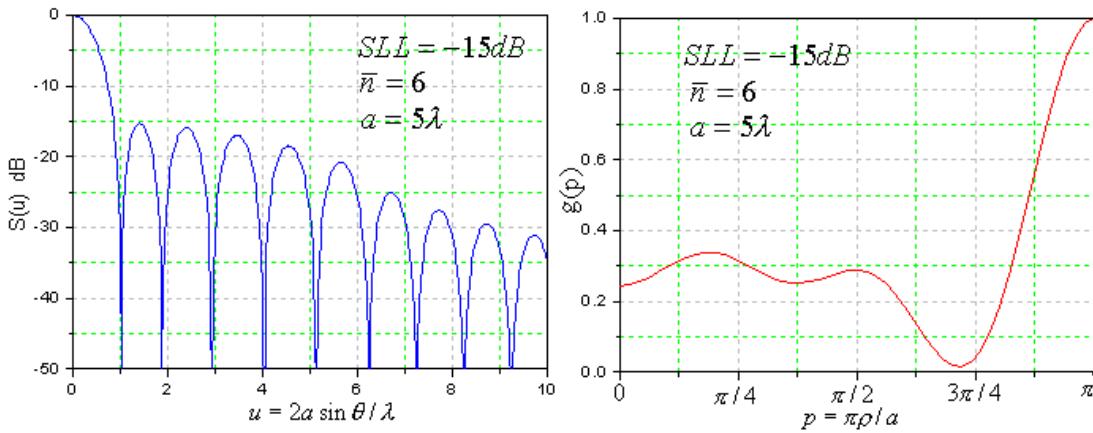
$$\begin{cases} u_x = kd_x \cos \varphi \sin \theta \\ u_y = kd_y \sin \varphi \sin \theta \end{cases} \quad (3.129)$$

【例 3.6】有一个方形栅格排列的圆口径平面阵， $M=N=20$ ， $d_x = d_y = \lambda/2$ ，设其方向图副瓣电平为 $SLL=-15dB$ ，若取 $\bar{n}=6$ ，要求：

- (1) 计算圆口径泰勒方向图和连续口径分布；
- (2) 计算圆口径阵列在四个剖面 $\varphi = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ 的方向图；
- (3) 计算并绘出三维方向图。

解：圆口径半径为 $a = M d_x / 2 = 5\lambda$ ，主副瓣比 $R_0 = 10^{-SLL/20} = 5.6234$ 。

由式(3.111)可计算并绘出归一化方向图如图 3-35(a)所示，图中 $u = 2a \sin \theta / \lambda = 10 \sin \theta$ ，因 $\theta = 0 \sim \pi/2$ ，所以 $u = 0 \sim 10$ ；由式(3.114)可计算并绘出连续的圆口径泰勒分布如图 3-35(b)所示，图中 $p = \pi \rho / a$ ，因 $\rho = 0 \sim a$ ，则 $p = 0 \sim \pi$ 。



(a) 圆口径泰勒方向图

(b) 圆口径泰勒分布

图 3-35 圆口径泰勒方向图及口径分布

对于离散的圆口径阵列，第 mn 个单元的激励分布为 $I_{mn}(\rho_{mn}) = g(\pi \rho_{mn} / a)$ ，可对上图(b)进行抽样得到。然后由前面式(3.128)可计算并绘出方形栅格圆口径在四个剖面内的方向图如图 3-36 所示。

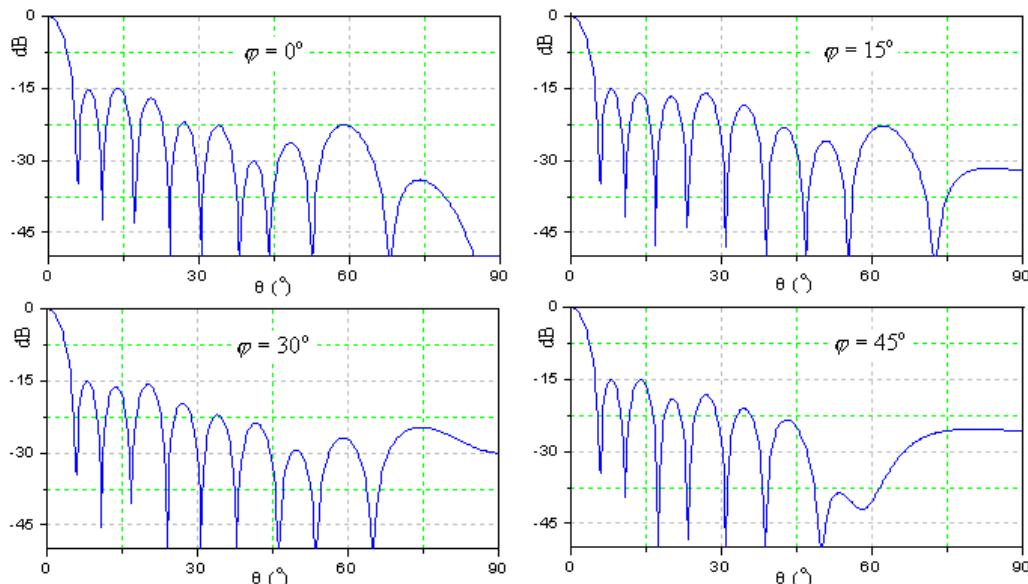


图 3-36 圆口径四个剖面的归一化泰勒方向图

比较图 3-36 和图 3-35(a), 离散阵列的方向图与构造的泰勒圆口径方向图又一定差别, 这是离散抽样造成的。但是最大副瓣电平满足给定值, 这在工程上已达到目的。

要绘出其三维方向图, 必须把 xy 平面上的圆口径变到 yz 平面上, 此时式(3.128)和(3.129)应改成如下形式

$$S(\theta, \varphi) = 4 \sum_{m=1}^{M/2} \sum_{n=1}^{N/2} I_{mn}(\rho_{mn}) \cos\left(\frac{2m-1}{2} u_y\right) \cos\left(\frac{2n-1}{2} u_z\right) \quad (3.130)$$

$$\begin{cases} u_y = kd_y \sin \varphi \sin \theta \\ u_z = kd_z \cos \theta \end{cases}, \quad \theta = 0 \sim \pi, \quad \varphi = -\pi/2 \sim \pi/2 \quad (3.131)$$

由此计算得到的三维方向图如图 3-37 所示。

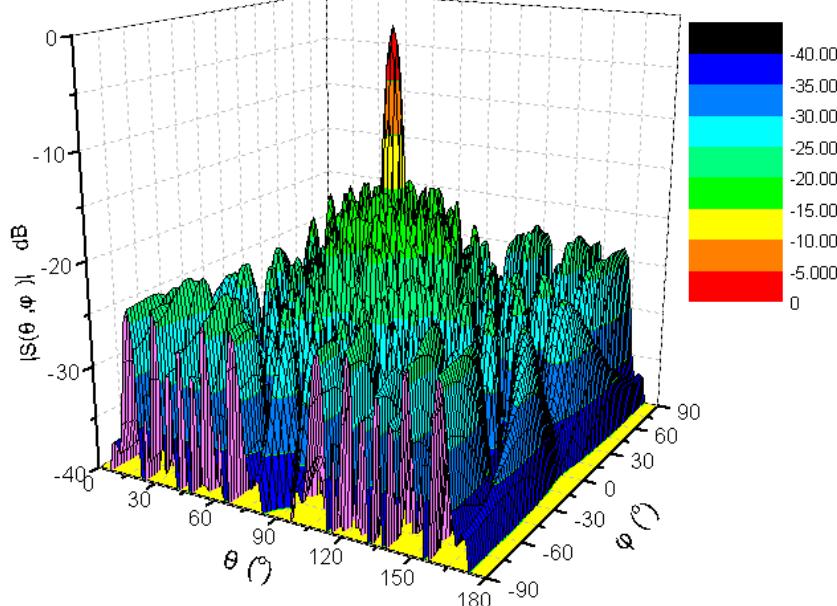


图 3-37 圆口径四个剖面的归一化泰勒方向图

2. 圆形栅格阵

如图 3-1(d)所示。阵列的口径分布前面已经讨论。只要写出圆形栅格阵列的阵因子就可进行分析。这里略。

§ 3.9 圆口径贝利斯分布

前面介绍了圆口径泰勒分布得到了泰勒口径分布表达式, 该口径分布可产生单波束的和方向图。如果圆口径划分为四个象限, 一、二象限与三、四象限的馈电相位相差 180 度, 或一、四象限与二、三象限的馈电相位相差 180 度则也可实现俯仰或方位面的差方向图。但是, 这种方法实现的差方向图副瓣电平高, 且不能调整。为了使圆口径阵列产生可调整副瓣电平的差方向图, 则可采用圆口径贝利斯综合方法。

3.9.1 圆口径贝利斯空间因子

圆口径泰勒分布是由零阶贝塞尔函数的级数表示的，显然这利用了零阶贝塞尔函数的偶函数特性。圆口径贝利斯分布是使圆口径产生差方向图的一种分布，在圆口径的直径线上的差分布应该是关于中心轴线反对称的。因此，圆口径贝利斯分布是采用具有奇函数特性的一阶贝塞尔函数的级数表示

$$g_D(p) = \sum_{m=0}^{\infty} B_m J_1(\mu_m p) \quad (3.132)$$

式中， $p = \pi\rho/a$ 。

零阶和一阶贝塞尔函数 $J_0(x)$ 和 $J_1(x)$ 的曲线如图 3-38 所示。

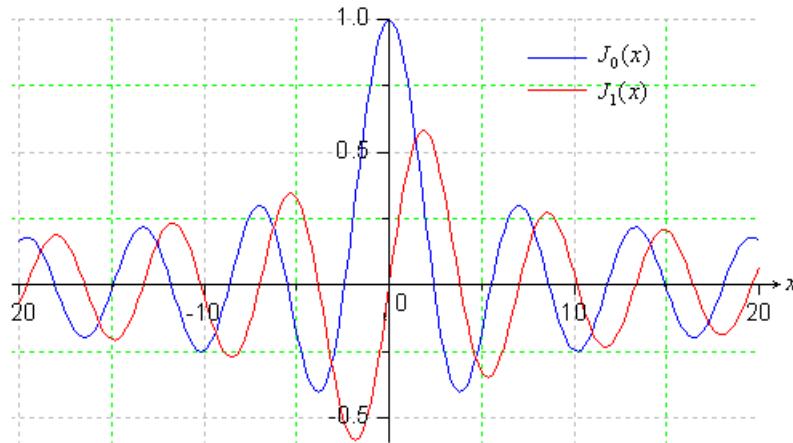


图 3-38 零阶和一阶贝塞尔函数曲线图

类似于式(3.108)可写出差方向图(空间因子)函数的表示为

$$S_D(\theta) = \int_0^a I(\rho) J_1(k\rho \sin \theta) \rho d\rho \quad (3.133)$$

利用关系： $k\rho \sin \theta = up$ ， $u = \frac{2a}{\lambda} \sin \theta$ ， $\rho d\rho = (\frac{a}{\pi})^2 pdp$

并令 $I(\rho) = (\frac{\pi}{a})^2 g_D(p)$ ，则

$$\begin{aligned} S_D(u) &= \sum_{m=0}^{\infty} B_m \int_0^{\pi} J_1(\mu_m p) J_1(up) p dp \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} B_m \frac{\mu_m p J_1(up) J_0(\mu_m p) - up J_0(up) J_1(\mu_m p)}{u^2 - \mu_m^2} \Big|_{p=0} \end{aligned} \quad (3.134a)$$

利用关系 $xJ_0(x) = J_1(x) + xJ'_1(x)$ ， $J'_1(x)$ 为一阶贝塞尔函数的导数，上式可化作

$$S_D(u) = \sum_{m=0}^{\infty} B_m \frac{\mu_m p J'_1(\mu_m p) J_1(up) - up J'_1(up) J_1(\mu_m p)}{u^2 - \mu_m^2} \Big|_{p=0}$$

$$= \sum_{m=0}^{\infty} B_m \frac{\pi \mu_m J'_1(\pi \mu_m) J_1(\pi u) - \pi u J'_1(\pi u) J_1(\pi \mu_m)}{u^2 - \mu_m^2} \quad (3.134b)$$

对差方向图，要求 $u = \mu_n$ ，且 $n \neq m$ 时， $S_D(\mu_n) = 0$ 。因此， μ_m 的定义有如下两种情况：

(a) $J_1(\pi \mu_m) = 0$

(b) $J'_1(\pi \mu_m) = 0$

但为了使 $g_D(p) = \sum_{m=0}^{\infty} B_m J_1(\mu_m p) \Big|_{p=\pi} \neq 0$ ，则应该取情况(b)，即 μ_m 是 $J'_1(\pi \mu_m) = 0$ 的根。于是式(3.134b)就简化为

$$S_D(u) = \sum_{m=0}^{\infty} B_m J_1(\pi \mu_m) \frac{\pi u J'_1(\pi u)}{\mu_m^2 - u^2} \quad (3.135)$$

如果取 $m=0$ 这一项 ($\mu_0 = 0.586$)，上式就为

$$S_D(u) = B_0 \frac{J_1(\pi \mu_0)}{\mu_0^2} \left[\frac{\pi u J'_1(\pi u)}{1 - (u/\mu_0)^2} \right], \quad u = \frac{2a}{\lambda} \sin \theta \quad (3.136)$$

产生此方向图的口径分布为

$$g_D(p) = B_0 J_1(\mu_0 p) \quad (3.137)$$

由式(3.137) $B_0=1$ 时绘出的图形如图 3-39(a)所示。由式(3.136)绘出的归一化方向图如图 3-39(b)所示，

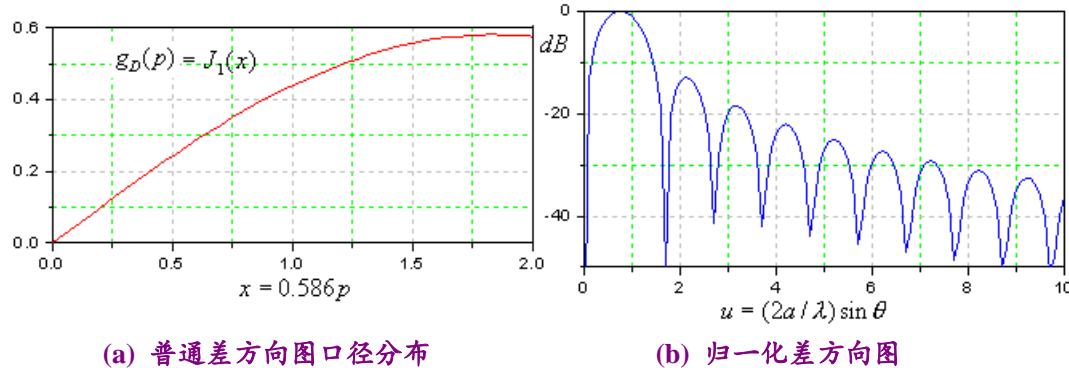


图 3-39 圆口径普通差方向图及其口径分布

这个差方向图的特征是：

■ $u=0$ 时， $S_D(0)=0$ ，其两侧各有一个主瓣；

■ 差方向图的零点 μ_m 由 $J'_1(\pi \mu_m) = 0$ 决定。部分零点列于下表中；

m	1	2	3	4	5	6	7	8	...
μ_m	1.6971	2.7172	3.7261	4.7312	5.7345	6.7368	7.7385	8.7399	...

■ 其副瓣以 $|u|^{-3/2}$ 的规律减小；

■副瓣电平高，约为-13dB。

为了获得可调低副瓣电平的圆口径贝利斯方向图函数(空间因子)，可采用重新构造的方法。方法是：

(1) 以 $\frac{\pi u J'_1(\pi u)}{1 - (u/\mu_0)^2}$ 为基本函数，其中 $u = \frac{2a}{\lambda} \sin \theta$ ；

(2) 为了降低基本函数的副瓣电平，并使其可调整，可采用修改其前 $\bar{n}-1$ 个零点位置的方法来实现，且在 φ 方向取余弦函数。

贝利斯构造的方向图函数如下

$$S_D(u, \varphi) = \cos \varphi \cdot \pi u \cdot J'_1(\pi u) \frac{\prod_{n=1}^{\bar{n}-1} [1 - (u/u_n)^2]}{\prod_{n=0}^{\bar{n}-1} [1 - (u/\mu_n)^2]} \quad (3.138)$$

该函数去掉了 $J'_1(\pi u)$ 的前 $\bar{n}-1$ 个零点，代之以新的零点 u_n 。贝利斯总结的新零点公式为

$$u_n = \begin{cases} \mu_{\bar{n}} \frac{\xi_n}{\sqrt{A^2 + \bar{n}^2}}, & n = 1, 2, 3, 4 \\ \mu_{\bar{n}} \sqrt{\frac{A^2 + n^2}{A^2 + \bar{n}^2}}, & n = 5, 6, \dots, (\bar{n}-1) \end{cases} \quad (3.139)$$

式中的参量 $A, \xi_n, n = 1, 2, 3, 4$ ，已由前面表 2.6 给出。

3.9.2 圆口径贝利斯分布

由式(3.134a)

$$S_D(u) = \sum_{m=0}^{\infty} B_m \int_0^{\pi} J_1(\mu_m p) J_1(up) pdp$$

只有 $u = \mu_n$ ，且 $m=n$ 时， $S_D(\mu_n)$ 为非零值

$$S_D(\mu_n) = B_n \int_0^{\pi} J_1^2(\mu_n p) pdp = B_n \frac{\pi^2}{2} J_1^2(\pi \mu_n) \quad (3.140)$$

则 $B_n = \frac{2 S_D(\mu_n)}{\pi^2 J_1^2(\pi \mu_n)}$ (3.141)

上式代入式(3.132)，得圆口径贝利斯分布为

$$g_D(p) = \frac{2}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{S_D(\mu_m)}{J_1^2(\pi \mu_m)} J_1(\mu_m p), \quad p = \pi \frac{\rho}{a} \quad (3.142)$$

见式(3.138)，当 $m \geq \bar{n}$ 时， $S_D(\mu_m) = 0$ ，则上式无穷级数截断，且不计系数 $2/\pi^2$

$$\text{得} \quad g_D(p) = \sum_{m=0}^{\bar{n}-1} \frac{S_D(\mu_m)}{J_1^2(\pi\mu_m)} J_1(\mu_m p) \quad , \quad p = \pi \frac{\rho}{a} \quad (3.143)$$

式中 $S_D(\mu_m)$ 由式(3.138)表示, 即

$$S_D(\mu_m) = \cos \varphi \cdot \pi \mu_m \cdot J'_1(\pi \mu_m) \frac{\prod_{n=1}^{\bar{n}-1} [1 - (\mu_m / u_n)^2]}{\prod_{n=0}^{\bar{n}-1} [1 - (\mu_m / \mu_n)^2]} \quad (3.144a)$$

处理上式分母 $n=m$ 时的可去奇点后得

$$S_D(\mu_m) = \cos \varphi \cdot \frac{(\pi \mu_m)^2 - 1}{2} \cdot J_1(\pi \mu_m) \frac{\prod_{n=1}^{\bar{n}-1} [1 - (\mu_m / u_n)^2]}{\prod_{\substack{n=0 \\ n \neq m}}^{\bar{n}-1} [1 - (\mu_m / \mu_n)^2]} \quad (3.144b)$$

【例 3.7】 有一个半径为 $a=5\lambda$ 的圆口径贝利斯天线, 设其副瓣电平为 SLL=-30dB, 当取 $\bar{n}=6$ 时计算并绘出差方向图及其贝利斯分布。

解: 由式(3.138)

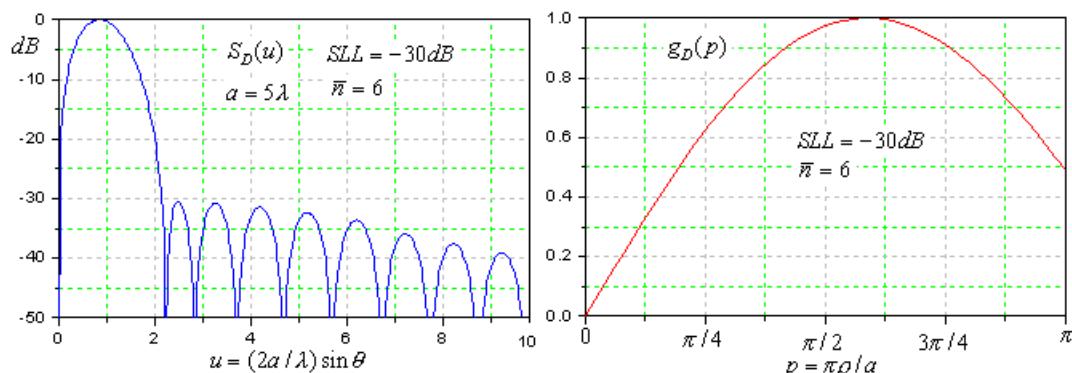
$$S_D(u, \varphi) = \cos \varphi \cdot \pi u \cdot J'_1(\pi u) \frac{\prod_{n=1}^{\bar{n}-1} [1 - (u / u_n)^2]}{\prod_{n=0}^{\bar{n}-1} [1 - (u / \mu_n)^2]}, \quad u = \frac{2a}{\lambda} \sin \theta$$

当取某个 φ 剖面如 $\varphi=0$ 时, 可计算并绘出方向图如图 3-40(a)所示。由式(3.143)

$$g_D(p) = \sum_{m=0}^{\bar{n}-1} \frac{S_D(\mu_m)}{J_1^2(\pi\mu_m)} J_1(\mu_m p) \quad , \quad p = \pi \frac{\rho}{a}$$

可计算并绘出圆口径的贝利斯分布如图 3-40(b)所示, 如果只计算口径面半径上的分布, 那么 $S_D(\mu_m)$ 中的 $\cos \varphi$ 项可不计。

因 $\theta=0 \sim \pi/2$, 则 $u=0 \sim 10$; 因 $\rho=0 \sim a$, 则 $p=0 \sim \pi$ 。



(a) 普通差方向图口径分布

(b) 归一化差方向图

图 3-40 圆口径普通差方向图及其口径分布

3.9.3 圆口径贝利斯平面阵

口径分布 $g_D(p)$ 是连续面源的贝利斯分布。对离散阵列，可进行抽样形成圆口径离散阵列的口径分布。对圆形口径的平面阵，常用的栅格形式有矩形栅格和环形栅格等。这里只讨论矩形栅格阵。

设有一个 $M \times N$ 的矩形栅格平面阵， M 和 N 均为偶数，放置在 xy 平面内，如前面图 3-34 所示，其行列间距分别为 d_x 和 d_y ，切掉边角部分形成一个半径为 a 的圆形口径平面阵。图中只给出了阵列一个象限部分。采用前面的方法可得贝利斯圆口径阵列的阵因子为

■ 方位差(即 xz 平面两边激励幅度反相)

$$\Delta_x(\theta, \varphi) = 4 \sum_{m=1}^{M/2} \sum_{n=1}^{N/2} I_{mn}(\rho_{mn}) \cos\left(\frac{2m-1}{2} u_x\right) \sin\left(\frac{2n-1}{2} u_y\right) \quad (3.145a)$$

■ 倾仰差(即 yz 平面两边激励幅度反相)

$$\Delta_y(\theta, \varphi) = 4 \sum_{m=1}^{M/2} \sum_{n=1}^{N/2} I_{mn}(\rho_{mn}) \sin\left(\frac{2m-1}{2} u_x\right) \cos\left(\frac{2n-1}{2} u_y\right) \quad (3.145b)$$

式中，

$$\begin{cases} u_x = kd_x \cos \varphi & \text{s} \theta 1 \\ u_y = kd_y \sin \varphi & \text{s} \theta 1 \end{cases} \quad (3.146)$$

$$I_{mn}(\rho_{mn}) = g_D(p_{mn}), \quad p_{mn} = \pi \rho_{mn} / a \quad (\text{连续贝利斯分布的离散化})$$

$$\rho_{mn} = \sqrt{(m-1/2)^2 d_x^2 + (n-1/2)^2 d_y^2}$$

*圆口径平面阵列和、差方向图的同时实现

对圆口径平面阵列要同时实现和、差方向图是可行的，其方法是采用子阵。即把圆口径阵列划分为关于阵列中心点对称的许多子阵块，每个子阵可以馈以不同的幅度和相位，以便产生和、差方向图。前面介绍了直线阵列实现和、差方向图的原理和方法，Josefsson 等人(1977)把这个原理应用于圆口径平面阵，即把阵列划分为一些子阵块，子阵块为象限对称结构，如图 3-41 所示。图中的子阵对有 1 和 2, 3 和 4, 5 和 6, 7 和 8, 9 和 10, 11 和 12。子阵块的形状和子阵块中的单元数可以是不同的。象限对称的子阵对由四端口混合结(魔 T、环形器等)连接，这些混合结与一个和(Sum)口及两个差(Difference)口连接，见图 3-42。

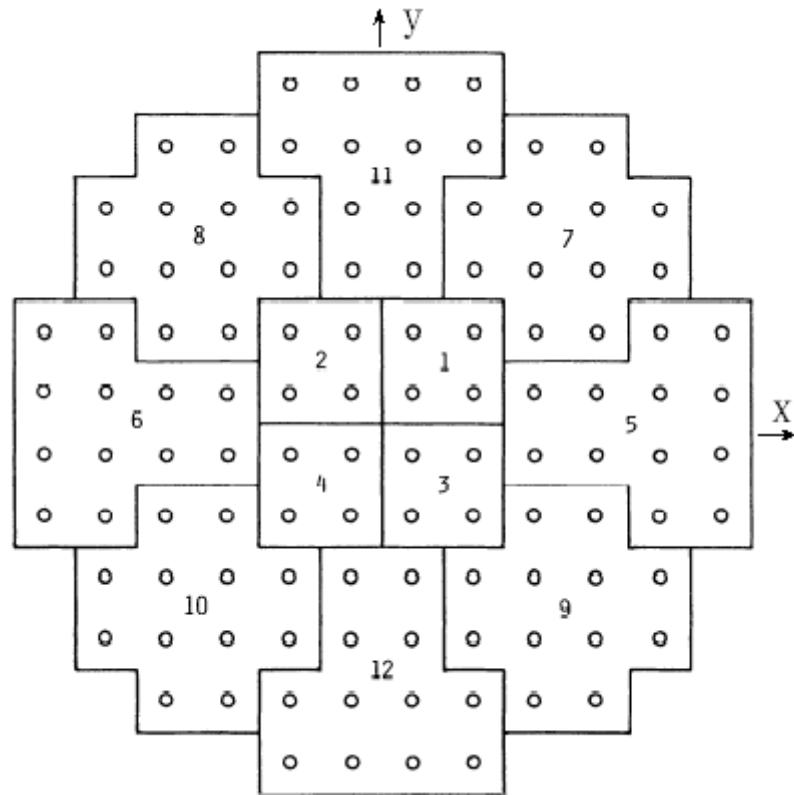


图 3-41 圆形平面阵的子阵划分

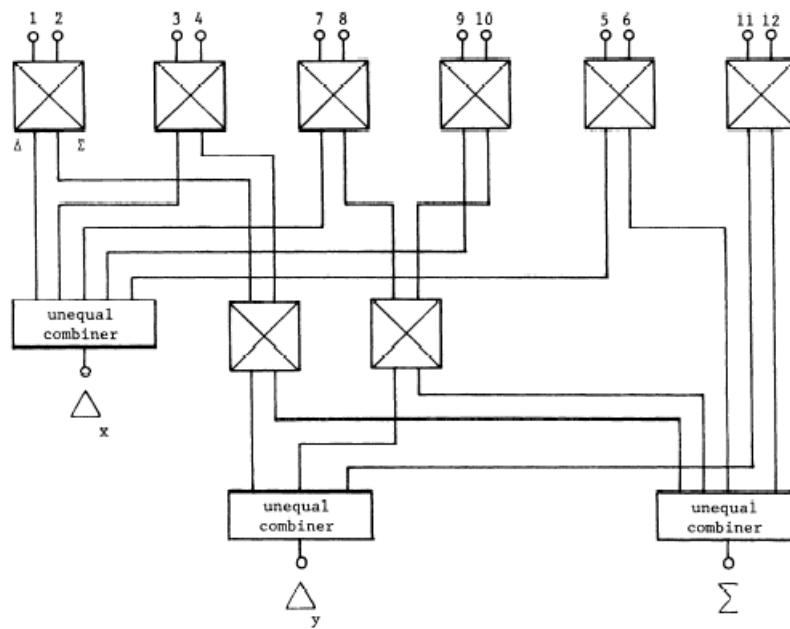


图 3-42 圆形平面阵的和、差馈电网络